

# 图象相关噪声的模拟产生方法\*

黄宏斌

张天序

(华中理工大学图象识别与人工智能研究所, 图象信息处理与智能控制国家教委开放研究实验室, 武汉 430074)

摘要 一种模拟产生图象相关噪声的新方法,通过对白噪声滤波,产生相关噪声。从理论上推导出了相关噪声的自相关函数的解析表达式以及滤波器参数与相关噪声的相关长度之间的关系。实验证明采用本方法可以成功地模拟产生图象相关噪声。

关键词 白噪声,相关噪声,高斯低通滤波器,相关长度

## 1 引言

噪声广泛存在于各种图象中,如何逼真地模拟产生各种噪声是图象处理领域中一个很重要的研究课题。图象中的噪声,通常假定为白噪声。白噪声是均值为零、功率谱密度为常数的平稳过程,是空间不相关的噪声。但是,实际图象中的噪声很复杂,噪声在空间上往往具有相关性,仅仅用白噪声模拟是不恰当的。本文提出了相关噪声的一种模拟产生方法,相关噪声可广泛用于景象匹配仿真及各种图象处理算法的性能评价中。

## 2 相关噪声的模拟产生

### 2.1 白噪声的模拟产生

图象中的噪声通常假定为白噪声。白噪声过程是均值为零,且功率谱密度在所有频率范围内为非零常数的平稳过程。白噪声的相关函数为 $\delta$ 函数,白噪声随时间变化的起伏极快。首先,采用计算机模拟

$$\begin{aligned}
H(u,v) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x,y)e^{-iux}e^{-ivy}dxdy \\
&= \frac{1}{2\pi\sigma^2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2} - ivy\right)dy \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2} - iux\right)dx
\end{aligned}$$

方法产生出服从高斯分布的随机数;然后,将一维随机数序列转化为二维矩阵,从而产生出二维白噪声过程。

### 2.2 二维高斯低通滤波器

白噪声过程通过低通滤波器进行滤波,选择合适的滤波器参数,可产生出相关噪声。依线性系统理论,平稳过程通过线性系统,有如下关系<sup>[1]</sup>:

$$o(x,y) = h(x,y) \cdot i(x,y)$$

$$O(u,v) = H(u,v)I(u,v)$$

$$S_o(u,v) = |H(u,v)|^2 S_i(u,v)$$

其中, $i(x,y)$ 为输入二维信号, $h(x,y)$ 为系统的脉冲响应, $o(x,y)$ 为输出二维信号, $I(u,v)$ 为输入信号频谱, $H(u,v)$ 为系统的频率响应, $O(u,v)$ 为输出信号频谱, $S_i(u,v)$ 为输入平稳过程的功率谱密度, $S_o(u,v)$ 为输出平稳过程的功率谱密度。

本文采用空域高斯低通滤波器。首先,采用各向同性的高斯低通滤波器,其脉冲响应函数为 $h(x,y)$

$$= \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right), \text{对 } h(x,y) \text{ 做傅立叶变换:}$$

\* 国防科工委基金资助(95J1A.5.3.JW05)。

收稿日期:1996年10月;收到修改稿日期:1997年1月。

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{\sigma^2(u^2+v^2)}{2}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{y+i\sigma^2v}{2\sigma^2}\right)^2 dy \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{x+i\sigma^2u}{2\sigma^2}\right)^2 dx \\
 &= \exp\left(-\frac{\sigma^2(u^2+v^2)}{2}\right)
 \end{aligned}$$

$H(u, v)$  即为各向同性高斯低通滤波器的频率响应, 式中  $\sigma$  为滤波器的标准差。输入白噪声过程的功率谱密度为非零常数, 即  $S_i(u, v) = N_0$  ( $N_0$  为非零常数), 由上述关系可得:

$$S_o(u, v) = N_0 \exp(-\sigma^2(u^2 + v^2))$$

$S_o(u, v)$  为输出的相关噪声的功率谱密度。

根据维纳-辛钦定理, 平稳过程的功率谱密度与相关函数是一对傅立叶变换对。对  $S_o(u, v)$  做傅立叶反变换, 可得到输出相关噪声的二维自相关函数  $R(\tau_x, \tau_y)$ ,  $\tau_x, \tau_y$  分别表示在横向和纵向方向的位移增量。

$$\begin{aligned}
 R(\tau_x, \tau_y) &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_o(u, v) e^{iu\tau_x} e^{iv\tau_y} dudv \\
 &= \frac{N_0}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\sigma^2(u^2 + v^2)) e^{iu\tau_x} e^{iv\tau_y} dudv \\
 &= \frac{N_0}{4\pi^2} \exp\left(-\frac{\tau_x^2 + \tau_y^2}{4\sigma^2}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\left(v\sigma - \frac{i\tau_y}{2\sigma}\right)^2 dv\right) \\
 &\quad \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\left(u\sigma - \frac{i\tau_x}{2\sigma}\right)^2 du\right) \\
 &= \frac{N_0}{4\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{\tau_x^2 + \tau_y^2}{4\sigma^2}\right)
 \end{aligned}$$

### 2.3 相关长度

图象的相关性可用相关长度来度量, 图象相关象元之间的关联程度是由它的自相关函数来描述的。大量实践表明, 普通灰度图象象元的自相关函数是近似指数型的、可分离的, 且随着象元位移增量增大而按近似指数规律下降的。相关长度定义为: 当某方向归一化自相关函数为  $1/e = 0.368$  时, 此方向上象元位移增量的大小<sup>[2,3]</sup>。具体实现时, 计算出自相关系数, 用自相关系数与象元位移增量之间的关系曲线来近似自相关函数曲线。曲线上对应 0.368 点的象元位移增量值就是相关长度。在求出横向和纵向相关长度  $L_x$  和  $L_y$  后, 整幅图象的相关长度可用二者的算术平均  $L_1$  或几何平均  $L_2$  来表示, 即:

$$L_1 = \frac{L_x + L_y}{2}, \quad L_2 = (L_x \times L_y)^{1/2}$$

由  $R(\tau_x, \tau_y)$  的表达式可知, 相关噪声图象象元

的自相关函数是象元位移增量平方的指数函数, 且横向、纵向可分离。相关噪声图象与普通灰度图象比较, 两者的自相关函数既有相似性又有区别。相似性表现在它们都是象元位移增量的指数型函数, 函数且横向、纵向可分离; 区别在于相关噪声图象象元的自相关函数是象元位移增量平方的指数函数, 而普通灰度图象象元的自相关函数是象元位移增量本身的指数函数。这一区别正是相关噪声图象相关性的体现。依相关长度定义, 当象元位移增量为  $2\sigma$  时, 归一化自相关函数值为 0.368, 故相关噪声的相关长度为  $2\sigma$ 。

以上采用的是各向同性的高斯低通滤波器, 其横向和纵向的标准差均为  $\sigma$ , 滤波后产生的是各向同性的相关噪声。若采用各向异性的高斯低通滤波器, 滤波器横向和纵向的标准差取不同值, 可产生各向异性的相关噪声。各向异性的高斯低通滤波器的脉冲响应函数为

$$h(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_1^2} - \frac{y^2}{2\sigma_2^2}\right),$$

高斯低通滤波器横向和纵向的标准差分别为  $\sigma_1$  和  $\sigma_2$ , 则可产生各向异性的相关噪声。同理可知, 各向异性的相关噪声横向和纵向的相关长度分别为  $2\sigma_1$  和  $2\sigma_2$ 。

滤波的具体实现过程如下: 将  $h(x, y)$  离散化, 得到高斯低通滤波器的模板。此模板中心对称, 且各项之和为 1。将模板与服从高斯分布的二维白噪声矩阵进行卷积, 这相当于对二维白噪声过程进行了高斯低通滤波。通过改变高斯低通滤波器的标准差, 滤波后可得到具有不同相关性质的相关噪声, 并由此产生出一组相关噪声图象。滤波器标准差越大, 噪声图象的相关性越强; 滤波器标准差越小, 噪声图象的相关性越弱。

通过调整相关噪声图象相对于原始灰度图象的信噪比, 可以控制相关噪声的强度。信噪比定义为: 信噪比 = 原始灰度图象的标准差 / 相关噪声图象的标准差。信噪比越大, 噪声越弱; 信噪比越小, 噪声越强。

## 3 实验结果及分析

我们进行了多组实验。通过改变高斯低通滤波

器的标准差和噪声信噪比,可产生出一系列具有不同相关性质、不同强度的相关噪声。下面给出一组实验结果,其中图 1—5 是采用各向同性的高斯低通滤波器产生出的各向同性相关噪声图象。图 7、8 为采用各向异性的高斯低通滤波器产生出的各向异性相关噪声图象。噪声图象信噪比都是 1。以下实验结果中,图象大小均为  $160 \times 160$ ,相关长度的单位均为像素。

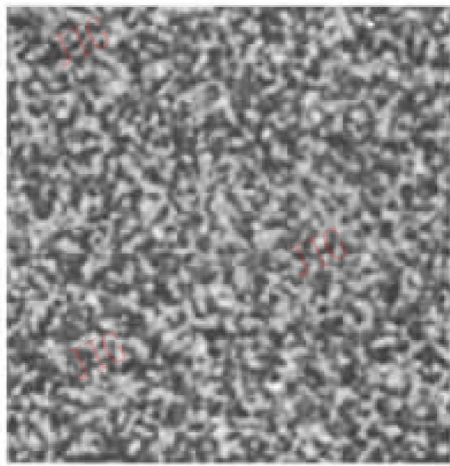


图 1 相关长度为 2 的噪声图象

Fig. 1 Noise image (correlation length=2).

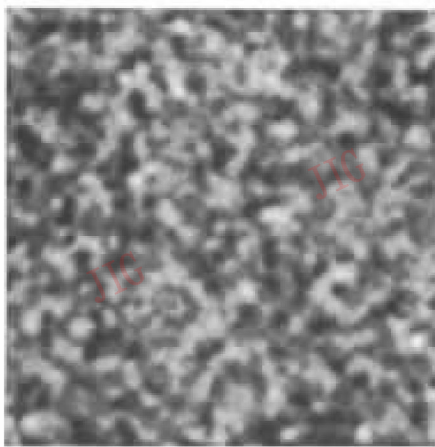


图 2 相关长度为 4 的噪声图象

Fig. 2 Noise image (correlation length=4).

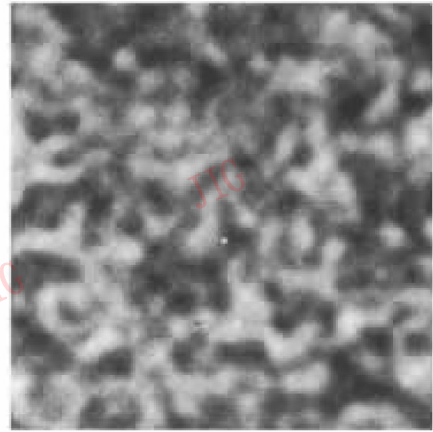


图 3 相关长度为 6 的噪声图象

Fig. 3 Noise image (correlation length=6).

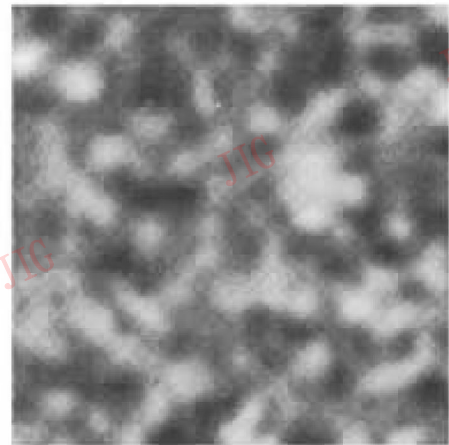


图 4 相关长度为 8 的噪声图象

Fig. 4 Noise image (correlation length=8).

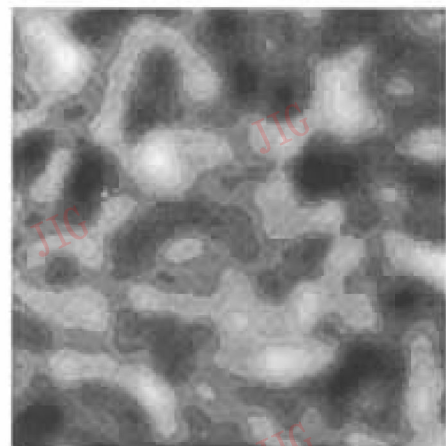


图 5 相关长度为 10 的噪声图象

Fig. 5 Noise image (correlation length=10).

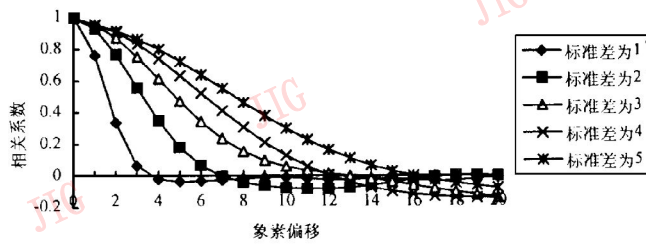


图 6 各向同性相关噪声图象的自相关系数曲线

Fig. 6 Autocorrelation coefficient graph of correlated noise image.

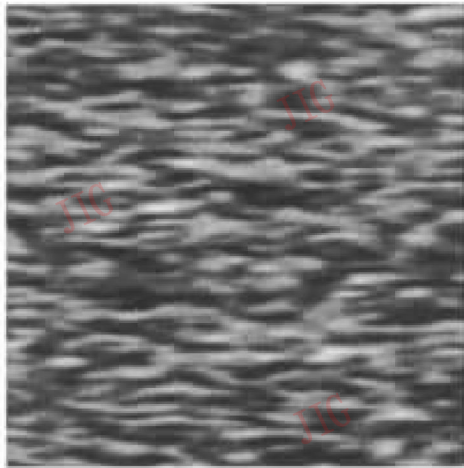


图 7 各向异性相关噪声图象

(行相关长度为 8, 列相关长度为 2)

Fig. 7 Anisotropic correlated noise image

(row correlation length=8, col correlation length=2).

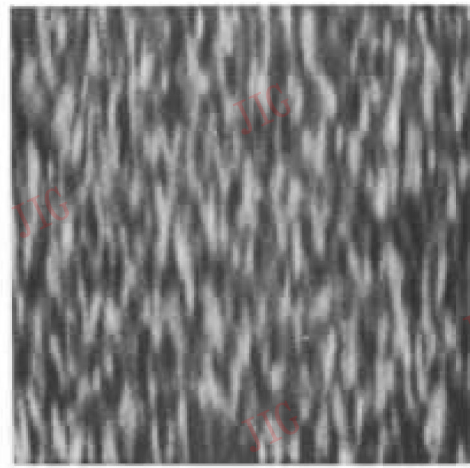


图 8 各向异性相关噪声图象

(行相关长度为 2, 列相关长度为 8)

Fig. 8 Anisotropic correlated noise image

(row correlation length=2, col correlation length=8).

表 1 各向同性相关噪声图象的相关长度值

Table. 1 Correlation length of isotropic correlated noise image

标准差	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
行	1.9244	3.8975	5.7954	7.4099	9.1393
列	1.8836	3.7943	5.6923	6.9431	8.6182
算术平均值	1.9040	3.8459	5.7439	7.1765	8.8787
几何平均值	1.9039	3.8455	5.7436	7.1727	8.8749

(象素)

从上述实验结果可以看出, 采用本文提出的方法能够成功地模拟产生图象相关噪声。相关噪声图象的自相关系数曲线的形状与理论分析结果基本相同。相关噪声的相关长度与高斯低通滤波器标准差之间为近似两倍关系。两倍关系是在理想滤波器情况下推出的, 理想滤波器需要叠加窗函数加以实现, 使滤波器频谱发生改变, 故只有近似两倍关系。通过改变高斯低通滤波器标准差可产生具有不同相关性质的噪声。产生的相关噪声已成功应用于影象匹

配仿真及各种图象处理算法的性能评价中。

参考文献

- 1 Papoulis A. Probability random variables and stochastic. . New York: McGraw-Hill, 1984. 217~283.
- 2 彭嘉雄, 张天序. 地形统计模型研究. 宇航学报, 1984, (3):14~21
- 3 孙仲康, 沈振康. 数字图象处理及其应用. 北京: 国防工业出版社, 1985.



黄宏斌 1973 年出生。1994 年华中理工大学自控系毕业,获工学学士学位。现为华中理工大学图象识别与人工智能所硕士研究生,主要从事影象匹配方面的研究工作。

# A New Method for Generating Image Correlated Noise

Huang Hongbin Zhang Tianxu

(Inst. of Pattern Recognition & AI, HUST Open Laboratory of Image Information Processing and Intelligent Control, Wuhan 430074)

**Abstracts** A new method for generating image correlated noise is proposed. Correlated noise is obtained by filtering white noise. The expression of correlated noise's autocorrelation function and the relationship between the parameter of filter and the correlation length of correlated noise are studied. Experiments show that using this new method can generate image correlated noise successfully.

**Keywords** White noise, Correlated noise, Gauss lowpass filter, Correlation length